

## УДК 622.02

### Решение системы уравнений массопереноса при контакте мерзлых песчано-глинистых пород с водной средой



**КОЗЛОВ Вадим Анатольевич**

*Канд. техн. наук, доцент, главный технолог*

*компании «Коралайна Инжиниринг»*

*105005, г.Москва, Россия, e-mail: vak@coralina.ru*

*В статье приведен вывод нового уравнения, описывающего механизм тепломассопереноса в мерзлых осадочных горных породах, включающий такие одновременно протекающие процессы как: фильтрация воды с поверхности в мерзлую горную породу, по причине вакуумно-фильтрационного эффекта, за счет таяния льда, фильтрационное движение воды в поверхностный слой горной породы за счет капиллярных сил и электроосмос, который обуславливает движение воды с движением ионов, растворенных в воде солей, под действием электрического поля, возникающего при контакте мерзлой горной породы с водой. Представленное на рассмотрение уравнение состоит из двух членов: первый член, это известное уравнение Дарси, описывающее фильтрацию воды в горную породу, и второй член, выражает действие электродвижущей силы в явлении электроосмоса.*

**Ключевые слова:** *фильтрация, капиллярная сила, электроосмос, фазовый переход лед-вода, песчано-глинистая горная порода*

При контакте мерзлой дисперсной горной породы отрицательной температуры с водной средой происходит ее разрушение с отделением частиц и агрегатов частиц от поверхности горной породы.

Разрушение поверхностного слоя мерзлой песчано-глинистой породы можно объяснить проникновением воды в микротрещины, образующиеся при замораживании влажной горной породы. В результате теплоотдачи от воды, имеющей положительную температуру, мерзлой горной породе температура последней постепенно повышается, и далее при фазовом превращении льда в воду прочность ледового каркаса уменьшается. Следовательно, снижается сила сцепления между частицами горной породы. Кроме того, влагонасыщение поверхностного слоя горной породы при таянии ледового каркаса и за счет капиллярного проникновения воды превысит первоначальную влажность горной породы, которая была перед замораживанием. Таким образом, твердые частицы поверхностного слоя песчано-глинистой горной породы оказываются при

оттайке во взвешенном состоянии в водной среде, а избыточное давление сжатого в порах и трещинах воздуха за счет капиллярных сил, при ослаблении сил сцепления между частицами, приводит к их отделению от поверхности мерзлой горной породы. Пузырьки, зажатого водой в микротрещинах воздуха, при отделении частиц от поверхности горной породы высвобождаются и в избытке выделяются из горной породы.

Проникновение воды в поверхностный слой мерзлой песчано-глинистой породы в водной среде происходит за счет действия следующих механизмов [1]:

1. фильтрации воды в глубь массива за счет капиллярных сил, возникающих при контакте воды с микротрещинами, которые образовались при промерзании горной породы;

2. теплоотдачи воды горной породе, что приводит при таянии льда в порах к вакуумно-фильтрационному эффекту (при фазовом переходе льда в воду первоначальный объем льда уменьшается на 8,3%, способствуя подтоку воды в образующиеся пустоты);

3. электроосмоса, связанного с движением ионов растворенных в воде электролитов (солей) под действием естественного электрического поля, возникающего на границе фазового превращения льда в воду, и вовлечению ионами в движение воды.

Первые два процесса можно описать одним уравнением фильтрации жидкости через пористую горную породу, известное как уравнение Дарси [2, 3]:

$$V_{\phi} = \frac{K_{\phi}}{\rho g} \cdot \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (1)$$

где  $V_{\phi}$  - скорость фильтрации жидкости,  $k_{\phi}$  - коэффициент фильтрации,  $\rho$  - плотность жидкости,  $g$  - ускорение свободного падения,  $\frac{\partial p}{\partial x}$  - градиент давления жидкости вдоль оси  $X$ , направленной нормально к поверхности массива горной породы.

Коэффициент фильтрации  $k_{\phi}$  зависит от структуры порового пространства и вязкости водной среды. Градиент давления жидкости  $\frac{\partial p}{\partial x}$  в поверхностном слое горной породы зависит от статистического распределения микротрещин по их ширине, длине и форме, а также от льдистости и температуропроводности структурных элементов, слагающих горную породу. Льдистость определяет величину вакуумного эффекта при фазовом превращении льда в воду.

Электроосмос описывается уравнением [4]:

$$j = k_s \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad (2)$$

где  $j$  - плотность тока,  $k_s$  - коэффициент электроосмоса,  $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$  - градиент потенциала естественного электрического поля вдоль оси  $X$ .

Уравнения (1) и (2) описывают, так называемые в термодинамике, процессы переноса. Процессы переноса являются необратимыми, в нашем случае это наглядно проявляется в разрушении горной породы при контакте с водной средой.

Процессы, обеспечивающие перенос, необходимо рассматривать лишь для вычисления соответствующего коэффициента переноса ( $k_\phi$  и  $k_s$ ).

Уравнения (1) и (2) описаны для одной компоненты потоков жидкости и заряда вдоль оси  $X$ , направленной нормально к поверхности массива горной породы. Аналогичные уравнения справедливы относительно двух других осей координат, поскольку потоки являются векторными величинами.

Особенность этих уравнений состоит в том, что они описывают поток некоторой величины, стоящей в левой части равенства, который возникает за счет соответствующей движущей силы, стоящей в правой части равенства. Эта сила является градиентом некоторой величины.

Различные потоки в одной системе, протекающие одновременно, взаимосвязаны. Поэтому в общем случае выражение для потока  $I_i$  имеет вид [2]:

$$I_i = L_{i1}X_1 + L_{i2}X_2 + \dots + L_{in}X_n = \sum_{j=1}^n L_{ij}X_j, \quad (3)$$

где индекс  $i$  нумерует сорта потоков, а индекс  $j$  - сорта движущих сил.

Число таких уравнений равно числу потоков. Коэффициент  $L_{ii}$  - связывает поток  $I_i$  со своей движущей силой, а коэффициенты  $L_{ij}$  при условии  $i \neq j$  связывают между собой различные потоки и силы, и называются коэффициентами связи. Между коэффициентами  $L_{ij}$  существует связь  $L_{ij} = L_{ji}$ .

При одновременном действии различных потоков, необходимо учитывать другое важное уравнение термодинамики неравновесных процессов, определяющее скорость производства энтропии, отнесенной к объему:

$$\left(\frac{dS}{dt}\right)_v = I_1X_1 + I_2X_2 + \dots + I_nX_n = \sum_{i=1}^n I_iX_i. \quad (4)$$

Таким образом, потоки и силы не могут быть выбраны произвольно. При выборе потоков и движущих сил необходимо обеспечить одинаковость размерностей в левой и правой частях равенства (4).

Отсюда следует, что для потока объема жидкости при ее фильтрации через горную породу  $V_\phi$  движущая сила будет  $X_\phi = \left(\frac{1}{T}\right) \cdot \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)$ .

При фильтрационном потоке жидкости энтропия образуется по закону:

$$\left(\frac{dS}{dt}\right)_v = -\frac{V_\phi}{T} \frac{\partial \rho}{\partial x}. \quad (5)$$

При наличии в системе электроосмоса энтропия образуется по закону:

$$\left(\frac{dS}{dt}\right)_v = -\frac{j}{T} \frac{\partial \varphi}{\partial x}. \quad (6)$$

Проанализируем связанные между собой фильтрационный поток жидкости и плотность тока при электроосмосе по уравнениям, составленным согласно условию (3):

$$V_\phi = -L_{\phi\phi} \frac{1}{T} \frac{\partial \rho}{\partial x} - L_{\phi\varphi} \frac{1}{T} \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad (7)$$

$$j = -L_{\varphi\phi} \frac{1}{T} \frac{\partial \rho}{\partial x} - L_{\varphi\varphi} \frac{1}{T} \frac{\partial \varphi}{\partial x}. \quad (8)$$

Для не связанных между собой потоков воды при фильтрации и электроосмосе эти уравнения примут вид

$$V_\phi = -L_{\phi\phi} \frac{1}{T} \frac{\partial \rho}{\partial x}, \quad (9)$$

$$j = -L_{\varphi\varphi} \frac{1}{T} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (10)$$

Их сравнение с (1) и (2) показывает, что

$$\frac{k_\phi}{\rho g} = -\frac{L_{\phi\phi}}{T}, \quad (11)$$

$$k_\varphi = -\frac{L_{\varphi\varphi}}{T}. \quad (12)$$

Рассмотрим случай, когда электрического поля нет  $j=0$ . Уравнение (8) приводится к виду

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \rho}\right)_{j=0} = -\frac{L_{\varphi\phi}}{L_{\varphi\varphi}}. \quad (13)$$

Это означает, что при наличии градиента давления, при отсутствии электрического тока возникает разность потенциалов. Поэтому величину в левой части уравнения (13) можно назвать «электродвижущей силой фильтрации»

$$E_\phi = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \rho}\right)_{j=0} = \frac{L_{\varphi\phi}}{L_{\varphi\varphi}}. \quad (14)$$

Далее выражая  $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$  при  $j=0$  через  $\frac{\partial \rho}{\partial x}$  в соответствии с (8) и подставляя полученное выражение в (7), находим

$$V_{\phi} = -L_{\phi\phi} \frac{1}{T} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{L_{\phi\phi}^2}{L_{\phi\phi}} \frac{1}{T} \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{-L_{\phi\phi} L_{\phi\phi} + L_{\phi\phi}^2}{TL_{\phi\phi}} \frac{\partial \rho}{\partial x}, \quad (15)$$

где  $L_{\phi\phi} = L_{\phi\phi}$ , а величина

$$k_{\phi} = \frac{(L_{\phi\phi} L_{\phi\phi} - L_{\phi\phi}^2)}{(TL_{\phi\phi})} \quad (16)$$

является коэффициентом фильтрации связанных между собой электроосмоса и фильтрационного потока жидкой фазы.

Из (14) и (12) можно найти

$$L_{\phi\phi} = E_{\phi} \cdot L_{\phi\phi} = E_{\phi} \cdot T \cdot k_{\phi}. \quad (17)$$

С учетом (11), (16), (17) уравнения (7) и (8) приобретают такой вид

$$V_{\phi} = -\left(\frac{k_{\phi}}{\rho g} + E_{\phi}^2 k_{\phi}\right) \frac{\partial \rho}{\partial x} - E_{\phi} k_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (18)$$

$$j = -E_{\phi} k_{\phi} \frac{\partial \rho}{\partial x} - k_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x}. \quad (19)$$

Исключая  $\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)$  из (18), и с помощью (19) получаем выражение для фильтрационного потока жидкости

$$V_{\phi} = -\frac{k_{\phi}}{\rho g} \frac{\partial \rho}{\partial x} + E_{\phi} j. \quad (20)$$

Левая и правая части уравнения (20) удовлетворяют условию одинаковой размерности. Размерность этого уравнения соответствует размерности скорости [м/с].

Первый член этого уравнения в правой части совпадает с выражением уравнения Дарси, описывающего фильтрацию воды, с растворенными в ней солями, через горную породу, а второй член учитывает дополнительный вклад в общее движение жидкости эффекта электроосмоса. Процесс электроосмоса возникает за счет возникновения электрического поля в мерзлых горных породах и «электродвижущей силы фильтрации»  $E_{\phi}$  при фильтрации водного раствора электролита (солей) в горную породу.

## Вывод

В статье приведен математический вывод нового уравнения, учитывающего взаимное одновременное действие фильтрации водной среды и электроосмоса в процессе тепломассопереноса при контакте мерзлой горной породы с водной средой.

## Литература:

1. Козлов В.А., Рочев В.Ф. К теории разрушения мерзлых глинистых горных пород в водной среде при необратимом термодинамическом процессе. // Сб.

научных трудов региональной конференции «Горнодобывающая Якутия на рубеже III-го тысячелетия». – Нерюнгри, Изд-во ЯГУ, – 2000.

2. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. – М.: Высшая школа, – 1987.

3. Фельдман Г.М. Передвижение влаги в талых и промерзающих грунтах. – Новосибирск: Наука, – 1988. – 257 с.

4. Сергеев Е.М., Голодсковская Г.А., Зиангиров Р.С. и др. Грунтоведение. – М.: Изд. МГУ, – 1971. 595 с.